

## La répartition optimale des investissements dans l'éducation primaire au Sénégal : une approche par la méthode DEA floue

Optimal allocation of investments in primary education in Senegal: a fuzzy DEA approach.

Auteur 1 : Mohamed Nassur SAID MOUINOU.

Auteur 2 : Mohamed Fayaloui HASSANI.

**Mohamed Nassur SAID MOUINOU**, Docteur, Faculté des Sciences Economiques et de Gestion, Laboratoire de Mathématiques de la Décision et d'Analyse Numérique, Université Cheikh Anta Diop de Dakar (UCAD)

**Mohamed Fayaloui HASSANI**, Doctorant, Faculté des Sciences et Techniques (FST), Laboratoire de Mathématiques de la Décision et d'Analyse Numérique, Université Cheikh Anta Diop de Dakar (UCAD)

**Déclaration de divulgation** : L'auteur n'a pas connaissance de quelconque financement qui pourrait affecter l'objectivité de cette étude.

**Conflit d'intérêts** : L'auteur ne signale aucun conflit d'intérêts.

**Pour citer cet article** : SAID MOUINOU .M N & HASSANI .M F (2025) « La répartition optimale des investissements dans l'éducation primaire au Sénégal : une approche par la méthode DEA floue », African Scientific Journal « Volume 03, Numéro 31 » pp: 1261 – 1288.



DOI : 10.5281/zenodo.17035548

Copyright © 2025 – ASJ



## Résumé

L'objectif de cette étude est d'évaluer l'efficacité de l'éducation primaire au Sénégal à l'aide de la méthode DEA floue (FDEA). L'approche classique de l'analyse par enveloppement des données (DEA) suppose en effet des informations précises sur les inputs et outputs, ce qui n'est pas toujours le cas dans la réalité, certaines unités de décision (DMUs) ne pouvant fournir toutes les données requises. Pour pallier cette limite, nous mobilisons la théorie des ensembles flous à travers des fonctions d'appartenance triangulaires, construites à partir des valeurs minimales, maximales et les plus probables des données observées. Ce cadre méthodologique permet de calculer des scores d'efficacité flous, plus riches d'information que les scores nets traditionnels, puisqu'ils fournissent non seulement une estimation centrale mais aussi un intervalle dans lequel le niveau d'efficacité se situe avec certitude. Les résultats obtenus pour les quatorze régions du Sénégal sur la période 2014–2015 révèlent que certaines régions affichent des marges importantes d'amélioration de la gestion de leurs écoles primaires. Ils indiquent également que, pour assurer une répartition optimale des investissements éducatifs, les pouvoirs publics doivent corriger les inefficiences persistantes et renforcer la gouvernance locale des établissements.

**Mots clés :** Analyse de l'enveloppement des données, Éducation, Ensembles flous, Sénégal.

## Abstract

The objective of this study is to assess the efficiency of primary education in Senegal using the Fuzzy Data Envelopment Analysis (FDEA) approach. Traditional DEA models assume precise input and output data, which is often not the case in practice as some decision-making units (DMUs) may lack complete information. To address this limitation, the theory of fuzzy sets is employed through triangular membership functions, constructed from the minimum, maximum, and most likely observed values. This framework allows the computation of fuzzy efficiency scores, which are more informative than conventional crisp scores since they provide both a central efficiency value and a confidence interval within which the score certainly falls. The empirical application to fourteen regions of Senegal over the period 2014–2015 shows that several regions exhibit significant inefficiencies in the management of primary schools. The findings further suggest that, in order to achieve an optimal allocation of educational investments, policymakers should correct these inefficiencies and strengthen the governance of primary education at the regional level.

**Keywords:** Data Envelopment Analysis, Education, Fuzzy Sets, Senegal.

## Introduction

L'éducation est un pilier important de l'amélioration de la qualité des ressources humaines d'un pays (Becker, 1964 ; Mincer, 1974), dont la qualité peut être mesurée par les performances des unités éducatives. Le rôle de l'éducation est crucial pour renforcer les capacités et la compétitivité d'un pays afin qu'il puisse faire face à l'évolution rapide de la société (Mankiw, Romer & Weil, 1992). Le retard en matière d'éducation est un obstacle sérieux au processus de développement de la société. Une éducation qualifiée peut produire à la fois un moral et un caractère capables d'être un jalon pour le pays afin d'améliorer son influence sur le monde. Il est important de noter que la plupart des sociétés modernes considèrent que les établissements d'enseignement jouent un rôle clé dans la réalisation des objectifs sociaux. En d'autres termes, les pays dont la population est qualifiée ont tendance à avoir des établissements d'enseignement de grande qualité.

Au cours des dernières années, les Etats africains ont été confrontés à l'incapacité de leur système éducatif à satisfaire les attentes des élèves, des étudiants et des familles voire celles de la société dans son ensemble. Dans cette situation particulièrement alarmante, l'un des défis majeurs des pays africains est de réussir à promouvoir des politiques économiques et sociales susceptibles de combattre la pauvreté grandissante (Diagne et al., 1998 ; Kassé, 2008). C'est dans le but de relever ce défi que l'investissement dans le capital humain a été et continue d'être au cœur des stratégies mises en œuvre par ces pays pour promouvoir la prospérité économique, l'emploi et bien la cohésion sociale (Becker, 1964). La considération de l'éducation comme étant un investissement soulève la question de son efficacité en comparaison à d'autres alternatives. En d'autres termes, s'il faut traiter les dépenses publiques d'éducation comme un investissement qui doit rentrer en concurrence avec des ressources rares, l'éducation doit se justifier, du point de vue collectif, par son apport à la production nationale. Etant donné la disponibilité limitée des ressources de nos économies, la réflexion sur la manière la plus efficace d'utiliser ces ressources s'impose.

Au Sénégal, à l'instar des pays en développement, la lutte contre la pauvreté est au centre des politiques de développement préconisées par le gouvernement. Dans sa stratégie de lutte contre la pauvreté, le gouvernement du Sénégal s'est engagé à faire de l'éducation un des axes majeurs pour réduire la pauvreté. L'objectif de du gouvernement est de développer un système éducatif efficace et équitable dans l'allocation des dépenses publiques d'éducation. Dans ce cadre, plusieurs plans et programmes ont été mis en place par les autorités publiques dans le domaine

de l'éducation, tels que le programme décennal pour l'éducation et de la formation (PDEF, 2008). L'un des objectifs de ce programme est de promouvoir une gestion cohérente, moderne, décentralisée, efficace et efficiente du système éducatif dans son ensemble.

Tous ces développements nous amènent à nous interroger sur la mesure de l'efficacité de l'éducation dans le monde réel où les données sont parfois imprécises et/ou incertaines. Pour bien cerner cette problématique, nous nous posons la question fondamentale suivante : comment évaluer l'efficacité de l'éducation primaire au Sénégal dans un environnement flou ? Dans un tel contexte, il devient essentiel d'adopter une approche qui reflète fidèlement la réalité des systèmes éducatifs. Les statistiques disponibles ne traduisent pas toujours avec exactitude les disparités régionales ni la qualité effective des investissements. C'est pourquoi nous mobilisons l'analyse d'enveloppement des données en univers flou (FDEA), une méthode qui permet de mesurer l'efficience tout en intégrant la part d'imprécision inhérente aux données (Zadeh, 1978 ; Dubois & Prade, 1985 ; Zimmermann, 1996 ; Emrouznejad & Tavana, 2014). Ce choix offre une lecture plus réaliste des marges de progression possibles et se révèle particulièrement adapté pour orienter les décisions publiques dans un domaine aussi stratégique que l'éducation.

Pour répondre à cette question de recherche, nous nous fixons comme objectif général d'évaluer l'efficacité des écoles de l'enseignement élémentaire du Sénégal. Cet objectif général se décline en deux objectifs spécifiques :

- Déterminer les scores d'efficience flous des régions du Sénégal sur la période 2014 à 2015,
- Déterminer les marges de manœuvre en termes d'amélioration de la productivité des ressources pour chaque région.

Les réponses pourront d'une certaine manière apporter plus d'informations aux décideurs publics quant au chemin à suivre pour atteindre l'efficacité et l'équité dans l'allocation des dépenses publiques dans le système éducatif. La principale contribution de ce papier réside dans la mesure de l'efficacité de l'éducation primaire du Sénégal à travers l'utilisation de la méthodologie FDEA. L'interprétation des résultats renforce la puissance analytique de la DEA floue dans l'évaluation de l'efficacité éducative, contrairement à d'autres travaux qui limitaient principalement l'analyse aux modèles traditionnels DEA. À notre connaissance, les approches floues n'ont jamais été testées pour évaluer l'efficacité éducative sénégalaise, malgré leur

popularité croissante. La suite de l'article s'organise comme suit : la section 1 présente la revue de littérature, la section 2 détaille la méthodologie de recherche, la section 3 expose et discute les résultats empiriques, et enfin la section 5 conclut l'étude en proposant diverses implications de politique éducative.

## **1. Revue de la littérature**

Les théories relatives à l'éducation et à la croissance économique ont été largement mises en avant dans la littérature économique. L'accumulation de capital humain contribue au même titre que l'accumulation de capital physique à la croissance économique de long terme. Dans un tel contexte, il n'est pas surprenant que l'éducation occupe une place prépondérante dans l'élaboration des politiques économiques, à la fois microéconomiques et macroéconomiques. La revue de la littérature économique sur l'efficacité relative de l'investissement en éducation montre que les questions concernant l'investissement en capital humain ont beaucoup préoccupé les économistes ces dernières années. L'économie de l'éducation en tant que champ de la science économique est récente. En effet, elle devient une doctrine à part entière à travers la théorie du capital humain au début des années 1960 sous l'influence de Théodore Schultz, Gary Becker, Edward Denison, Jacob Mincer.

Ainsi, cette partie présentera en premier lieu, la revue théorique et en second lieu, seront présentés les travaux empiriques sur les différentes méthodologies adoptées dans le cadre de la mesure de l'efficacité relative dans l'éducation.

### **1.1. Revue théorique**

Cette partie mettra en évidence, dans une première section, la théorie du capital humain. La théorie du marché du travail sera présentée dans la deuxième section.

#### **1.1.1. Théorie du capital humain**

Le capital humain est défini comme l'ensemble des connaissances, des aptitudes, talents, qualifications, expériences accumulées par une personne et qui détermine en partie sa capacité à travailler ou à produire pour lui-même ou pour les autres. Selon Schultz (1961), la contribution des travailleurs à l'activité économique, dépend tout autant de leur qualité que de leur nombre. Il insiste sur l'hétérogénéité et les englobe dans la notion du capital. La qualité du travail peut dépendre des dotations génétiques, mais elle est surtout le résultat d'activités humaines. Le capital humain peut être accru ou amélioré par des activités spécifiques comme l'éducation. L'élément fondamental de la théorie de l'investissement en capital humain, c'est que les

avantages de l'éducation sont non immédiats mais futurs. Un autre élément important dans l'investissement, est la valeur qui est accordée au temps. Becker (1964) nous montre l'importance du manque à gagner et du temps. Selon lui la notion du capital humain exprime l'idée que c'est un stock immatériel imputé à une personne, pouvant être accumulé. Autrement dit, Il est un choix individuel, un investissement personnel. Comme tout investissement, il s'évalue par la différence entre des dépenses initiales et les bénéfiques. Nous avons présenté jusqu'à lors, la vision de l'éducation en termes de capital humain, selon laquelle la scolarité augmente les salaires des travailleurs car elle les rend plus productifs. Bien que cette vision soit largement acceptée, certains économistes comme Arrow (1973) et Spencer (1973), ont proposé des théories alternatives. Selon Arrow, la théorie du capital humain selon Becker explique peu les faits. Selon lui, la formation et en particulier le diplôme, sert à apporter de l'information sur les qualités des individus (intelligence, capacité de travail...). L'éducation ne sert donc pas à accroître les capacités des individus, mais à les identifier afin de pouvoir les filtrer.

### **1.1.2. Théorie du marché du travail**

Dès le 18<sup>e</sup> siècle, la question du travail occupe une place centrale dans l'œuvre des classiques. Le travail y apparaît comme déterminant de la valeur et, plus généralement, comme fondement de la prospérité. Comme pour tout marché, la confrontation de l'offre de travail et la demande de travail caractérise le marché du travail. L'offre de travail est désignée par les salariés et les personnes qui sont en quête d'emploi. Dans le modèle de base du choix du consommateur, chaque individu répartit son temps disponible entre le loisir et le travail rémunéré. Il est donc amené à faire un arbitrage entre le revenu qu'il peut obtenir en travaillant et le temps qui n'est pas consacré au travail rémunéré (travail domestique, sommeil, activités de détente, relations familiales ou sociales). En renonçant à une partie de son loisir, on peut obtenir un revenu supplémentaire et augmenter ainsi sa consommation. Inversement, en travaillant moins et en renonçant à une partie de sa consommation, on peut obtenir plus de loisir. Le taux de salaire horaire constituant alors le coût d'opportunité du loisir, la quantité de travail offerte est alors une fonction croissante de la rémunération du travail (plus le salaire proposé est élevé, plus l'individu souhaitera travailler et moins se reposer).

La demande de travail peut être définie comme étant la quantité de travail dont les entreprises ont besoin pour fournir des biens et services. En d'autres termes, les entreprises demandent du travail aux ménages en contrepartie d'une rémunération qui est le salaire. Ce dernier peut être expliqué par le jeu de la loi de l'offre et de la demande dans le cadre d'un marché concurrentiel.

L'offre de travail n'intéresse donc le producteur que dans la mesure où une unité additionnelle de main d'œuvre engagée ne lui coûte pas plus chère que ce qu'elle lui rapporte. Autrement dit, en embauchant un travailleur supplémentaire, l'entreprise supporte un coût supplémentaire, qui est le salaire correspondant. Le gain supplémentaire qu'apporte ce travailleur est égal à la recette supplémentaire que procure à l'entreprise la vente de sa production. La demande de travail est donc une fonction décroissante du taux de salaire réel. Si la demande de travail est inférieure à l'offre de travail, la baisse du salaire qui s'en suit conduit certains offreurs à sortir du marché du travail et des demandeurs à y entrer. A l'inverse, lorsque la demande est supérieure à l'offre, le salaire augmente, ce qui provoque l'afflux d'offeurs de travail et la sortie de demandeurs de travail.

## 1.2. Revue empirique

Un grand nombre d'études portant sur l'efficacité des établissements d'enseignement élémentaire existent dans la littérature.

Danaux (2007) a utilisé la méthode DEA en deux étapes pour évaluer l'efficacité technique de 153 écoles dans l'Etat de Géorgie. Les inputs utilisés sont le nombre d'élèves par enseignant, l'expérience des enseignants et le nombre d'élèves dans le cadre du programme d'alimentation scolaire, tandis que les outputs sont le taux d'obtention de diplôme et les résultats aux examens. Les résultats ont montré que les écoles de la zone urbaine étaient efficaces à 93% tandis que les écoles de la zone rurale l'étaient à 88%. Les résultats de la régression Tobit de la deuxième étape ont montré que le niveau d'éducation des habitants et des élèves blancs influence positivement les écarts de performance des écoles.

Djily Diagne (2006) a utilisé la méthode DEA en deux étapes pour évaluer l'efficacité technique de 27 établissements secondaires de Suisse normande sur la période 1999-2000. De cette étude, il ressort que six écoles ont des performances efficaces. Le niveau d'efficacité technique global se situe autour de 85%. Autrement dit, les établissements étudiés pourraient économiser 15% des ressources utilisées tout en conservant le même niveau de production.

Hu et al., (2009) ont utilisé la méthode DEA pour examiner l'efficacité de 58 écoles primaires à Pékin. Les résultats des examens en chinois, en mathématique et en anglais ont été utilisés comme outputs, tandis que les inputs comprenaient le nombre d'élèves par enseignant, l'expérience d'enseignement, les qualifications des enseignants ainsi que la rémunération. Les résultats ont révélé que 29 écoles étaient techniquement efficaces pour le modèle CRS (rendements d'échelle constants) avec un score moyen d'efficacité de 90% tandis que 34

l'étaient pour le modèle VRS (rendements d'échelle variables) avec un score moyen d'efficacité de 95. D'autres conclusions de l'étude ont montré qu'il existe une relation négative entre le nombre d'élèves par enseignant et l'efficacité des écoles de Pékin.

Kecek et Demirag (2016) ont utilisé la DEA pour analyser l'efficacité technique de 10 écoles primaires en Kutahya, une province de Turquie. Le nombre d'élèves par enseignant, le nombre d'élèves par classe et le nombre d'élèves par section ont été utilisés comme inputs, tandis que les outputs comprenaient le score total en 2014 et le nombre de diplômés. Les résultats ont montré que quatre écoles primaires ont des performances efficaces tandis que les écoles restantes doivent améliorer leurs performances pour atteindre le point d'efficacité.

Rassouli-Currier (2007) a également utilisé la méthode DEA et la régression Tobit de deuxième étape pour analyser l'efficacité de 354 districts scolaires en Oklahoma. Les notes d'examens ont été utilisées comme output tandis que les inputs ont été classés en deux catégories : contrôlés par l'école et non contrôlés par l'école. Le score moyen d'efficacité du modèle CRS était de 82% tandis que celui du modèle VRS était de 91%. Les résultats de la régression Tobit de la deuxième étape ont montré que les facteurs expliquant la variation de l'efficacité sont le milieu familial et les variables socio-économiques.

Siti Fatimah et Umi Mahmudah (2017) ont récemment utilisé la méthode DEA pour évaluer l'efficacité des performances des écoles élémentaires dans 34 provinces d'Indonésie. Le nombre d'écoles, le nombre d'enseignants permanents, le nombre d'enseignants titulaires d'un diplôme supérieur à la licence, le nombre d'élèves, le nombre de classes et le nombre de bibliothèques ont été utilisés comme inputs, tandis que le nombre d'écoles ayant un certificat de niveau A, le nombre d'élèves diplômés à l'enseignement élémentaire et la moyenne de l'examen national sont les outputs. Les résultats ont montré qu'avec le modèle VRS, 17 provinces ont des écoles élémentaires efficaces tandis qu'avec le modèle CRS, on décompte uniquement 12 provinces ayant des écoles élémentaires fonctionnant efficacement.

Zhang (2010) utilise 140 écoles élémentaires à Taïwan pour étudier l'efficacité relative à l'aide d'une DEA en deux étapes. La taille de l'école et les caractéristiques des élèves sont utilisées comme variables environnementales dans la deuxième étape. Les résultats révèlent que les petites écoles ont le score d'efficacité le plus élevé bien qu'elles disposent de plus de ressources. En outre, la moyenne des scores d'efficacité pour les modèles CRS et VRS est différente à chaque étape et pour chaque taille d'école.

## 2. Méthodologie et sources de données

Dans cette partie, nous exposerons d'abord la méthodologie utilisée avant de présenter les sources que proviennent nos données.

### 2.1. Mesurer l'efficacité : le modèle de base d'enveloppement des données (DEA)

La méthode d'enveloppement des données (DEA) est une méthode de mesure de l'efficacité qui est généralement liée aux performances d'une unité, d'une organisation ou d'un programme qui réfléchit sur le rapport entre les outputs et les inputs. Une unité de décision ou une organisation (DMU) peut être considérée comme performante si les efforts déployés peuvent produire un maximum de résultats. Il fonctionne efficacement lorsque les efforts minimaux peuvent atteindre un certain résultat. La méthode DEA est une approche non paramétrique basée sur la programmation linéaire, permettant d'évaluer l'efficacité productive des DMUs dont le processus de production présente une structure d'outputs et d'inputs multiples. Cette méthode permet de comparer des DMUs homogènes (c'est-à-dire qui utilisent les mêmes types de ressources pour produire les mêmes types de biens et services) afin d'identifier les unités relativement plus efficaces et de mesurer le retard des unités les moins efficaces par rapport aux unités les plus performantes. La méthode DEA fournit un score d'efficacité compris entre 0 et 1, les unités de décisions relativement efficaces étant identifiées par un score d'efficacité de 1.

Il existe deux modèles de DEA qui sont souvent mentionnés dans la littérature, à savoir les modèles CRS et VRS. Le modèle CRS (rendements d'échelle constants) est développé par Charnes et al., (1978), il est donc également connu sous le nom de modèle CCR. Ce modèle suppose que le rapport entre l'addition des inputs et des outputs est le même. De plus, ce modèle suppose que chaque DMU fonctionne à une échelle optimale. Pendant ce temps, le modèle VRS (rendements d'échelle variables) est développé par Banker et al., (1984) et est également connu sous le nom de modèle BCC, qui est un développement du premier modèle. Ce modèle suppose que chaque DMU ne fonctionne pas ou du moins pas encore à une échelle optimale. Ensuite, le rapport entre les inputs et les outputs supplémentaires n'est pas le même, ce qui peut être soit un rendement d'échelle croissant (REC), soit un rendement d'échelle décroissant (RED). Le modèle CCR définit l'efficacité DEA comme le rapport entre les outputs pondérés et les inputs pondérés, à condition que des ratios similaires pour chaque DMU soient inférieurs ou égaux à l'unité. Le DEA caractérise la performance des DMUs de deux manières : l'orientation – inputs, qui suppose une minimisation des inputs pour un niveau donné d'outputs, et l'orientation – outputs qui suppose une maximisation des outputs pour un niveau donné d'inputs.

## 2.2. Modèle d'enveloppement des données floues (Fuzzy DEA)

Le DEA traditionnel nécessite des données précises qui ne sont pas toujours disponibles dans les applications du monde réel. En effet, dans les problèmes du monde réel, les données des inputs et des outputs sont souvent imprécises et incertaines. Ces dernières peuvent être le résultat d'informations non quantifiables, incomplètes et impossible à obtenir. Bellman & Zadeh (1970) ont introduit la notion de flou pour traiter quantitativement l'imprécision dans le processus de décision. Le DEA traditionnel est étendu au DEA flou dans lequel l'imprécision est représentée par des ensembles flous ou des nombres flous.

Les applications de la théorie des ensembles flous dans le modèle DEA sont généralement classées en quatre catégories : l'approche de tolérance, l'approche par niveau  $\alpha$  ( $\alpha$ -cut approach), l'approche du classement flou et l'approche des possibilités.

Dans cet article, l'approche de Kao et Liu (2000) dérivée de l'approche  $\alpha$ -cut sera utilisée pour venir à bout de l'imprécision des données. L'idée principale de l'approche  $\alpha$ -cut est de convertir le modèle DEA flou en une paire de programmes mathématiques paramétriques afin de trouver les bornes inférieure et supérieure du niveau  $\alpha$  des fonctions d'appartenance des scores d'efficacité. Soit  $X_{ij}$  et  $Y_{ik}$  désignant respectivement les inputs et les outputs de l'unité de décision  $i$ . Il y'a  $s$  outputs disponibles,  $m$  inputs disponibles et  $n$  DMUs. Une forme du modèle pour mesurer l'efficacité de la DMU $p$  est la suivante :

$$E_p = \max \frac{\sum_{k=1}^s u_k y_{kp}}{(v_0 + \sum_{j=1}^m v_j x_{jp})}$$

$$s. c. \frac{\sum_{k=1}^s u_k y_{ik}}{(v_0 + \sum_{j=1}^m v_j x_{ij})} \leq 1 \quad (1)$$

$$v_j, u_k \geq 0, v_0 \in R$$

Dans ce modèle, toutes les données des inputs et des outputs doivent être connues. Si une seule observation est imprécise ou incertaine, une valeur nette et précise doit être attribuée pour rendre le modèle réalisable. Cette simplification se traduit par l'obtention de scores d'efficacité biaisés et douteux. Une alternative consiste à représenter les valeurs incertaines par des fonctions d'appartenance de la théorie des ensembles flous. Supposons que les inputs  $X_{ij}$  et les outputs  $Y_{ik}$  sont approximativement connues. Elles peuvent donc être représentées par les ensembles flous  $\tilde{X}_{ij}$  et  $\tilde{Y}_{ik}$  avec comme fonctions d'appartenance  $\mu_{\tilde{X}_{ij}}$  et  $\mu_{\tilde{Y}_{ik}}$  :

$$\tilde{X}_{ij} = \{(x_{ij}, \mu_{\tilde{X}_{ij}}(X_{ij})) \mid x_{ij} \in Sup(\tilde{X}_{ij})\} \text{ et } \tilde{Y}_{ik} = \{(y_{ik}, \mu_{\tilde{Y}_{ik}}(Y_{ik})) \mid y_{ik} \in Sup(\tilde{Y}_{ik})\}$$

où  $Sup(\tilde{X}_{ij})$  et  $Sup(\tilde{Y}_{ik})$  sont les supports de  $\tilde{X}_{ij}$  et  $\tilde{Y}_{ik}$  ; qui désignent les ensembles universels de la quantité d'intrant  $j$  et de la quantité d'extrait  $k$  de la DMU $i$ . Pour calculer le score d'efficacité de la DMUp avec des données imprécises et incertaines, le modèle (1) devient :

$$\tilde{E}_p = \max \frac{\sum_{k=1}^s u_k \tilde{Y}_{kp}}{(v_0 + \sum_{j=1}^m v_j \tilde{X}_{jp})}$$

$$s. c. \frac{\sum_{k=1}^s u_k \tilde{Y}_{ik}}{(v_0 + \sum_{j=1}^m v_j \tilde{X}_{ij})} \leq 1 \quad (2)$$

$$v_j, u_k \geq 0, v_0 \in R$$

Fondamentalement, l'idée de Kao & Liu (2000) est de transformer le modèle FDEA (Modèle 2) en une famille de modèles DEA traditionnels en appliquant l'approche  $\alpha$ -cut. Soit

$$(X_{ij})_\alpha = \{x_{ij} \in Sup(\tilde{X}_{ij}) \mid \mu_{\tilde{X}_{ij}}(x_{ij}) \geq \alpha\} = [(X_{ij})_\alpha^L, (X_{ij})_\alpha^U] =$$

$$[\min \{x_{ij} \in Sup(\tilde{X}_{ij}) \mid \mu_{\tilde{X}_{ij}}(x_{ij}) \geq \alpha\}, \max \{x_{ij} \in Sup(\tilde{X}_{ij}) \mid \mu_{\tilde{X}_{ij}}(x_{ij}) \geq \alpha\}]$$

$$\text{et}$$

$$(Y_{ik})_\alpha = \{y_{ik} \in Sup(\tilde{Y}_{ik}) \mid \mu_{\tilde{Y}_{ik}}(y_{ik}) \geq \alpha\} = [(Y_{ik})_\alpha^L, (Y_{ik})_\alpha^U] =$$

$$[\min \{y_{ik} \in Sup(\tilde{Y}_{ik}) \mid \mu_{\tilde{Y}_{ik}}(y_{ik}) \geq \alpha\}, \max \{y_{ik} \in Sup(\tilde{Y}_{ik}) \mid \mu_{\tilde{Y}_{ik}}(y_{ik}) \geq \alpha\}]$$

représentent les intervalles par niveau  $\alpha$  de  $\tilde{X}_{ij}$  et  $\tilde{Y}_{ik}$ . Ces intervalles indiquent pour un niveau  $\alpha$  donné, l'input et l'output correspondants. Sur la base du principe d'extension de Zadeh, la fonction d'appartenance du score d'efficacité de la DMUp peut être définie comme suit :

$$\mu_{\tilde{E}_p}(z) = Sup \min \{ \mu_{\tilde{X}_{ij}}(x_{ij}), \mu_{\tilde{Y}_{ik}}(y_{ik}), \forall i, j, k \mid z = E_p(x, y) \}$$

où  $E_p(x, y)$  est calculé à partir du modèle 1. Pour trouver les bornes inférieure et supérieure de l'efficacité floue  $\tilde{E}_p(x, y)$  par niveau  $\alpha$ , on formule une paire de programmes mathématiques basée sur  $\alpha$  :

$$(\tilde{E}_p)_\alpha^L = \begin{cases} E_p = \max \frac{\sum_{k=1}^s u_k y_{kp}}{(v_0 + \sum_{j=1}^m v_j x_{jp})} \\ s. c. \frac{\sum_{k=1}^s u_k y_{ik}}{(v_0 + \sum_{j=1}^m v_j x_{ij})} \leq 1 \\ v_j, u_k \geq 0, v_0 \in R \end{cases}$$

$$(\tilde{E}_p)_\alpha^U = \begin{cases} E_p = \max \frac{\sum_{k=1}^s u_k y_{kp}}{(v_0 + \sum_{j=1}^m v_j x_{jp})} \\ s. c. \frac{\sum_{k=1}^s u_k y_{ik}}{(v_0 + \sum_{j=1}^m v_j x_{ij})} \leq 1 \\ v_j, u_k \geq 0, v_0 \in R \end{cases} \quad (3)$$

Il convient de noter que dans la plupart des modèles DEA flous, les données d'input et d'output sont représentées par des nombres flous. Soit  $\tilde{x}_{ij} = (x_{ij}^l, x_{ij}^m, x_{ij}^u)$  et  $\tilde{y}_{ik} = (y_{ik}^l, y_{ik}^m, y_{ik}^u)$  des inputs et outputs flous triangulaires. En remplaçant les inputs et les outputs flous par leurs  $\alpha$ -cuts ;  $\tilde{x}_{ij} = [\alpha x_{ij}^m + (1 - \alpha)x_{ij}^l, \alpha x_{ij}^m + (1 - \alpha)x_{ij}^u]$  et  $\tilde{y}_{ik} = [\alpha y_{ik}^m + (1 - \alpha)y_{ik}^l, \alpha y_{ik}^m + (1 - \alpha)y_{ik}^u]$ , nous aurons le modèle (4) suivant :

$$\begin{aligned}
 (E_p)_\alpha^L &= \max \sum_{k=1}^s u_k (\alpha y_{kp}^m + (1 - \alpha)y_{kp}^l) \\
 \text{s. c. } &(v_0 + \sum_{j=1}^m v_j (\alpha x_{jp}^m + (1 - \alpha)x_{jp}^u)) = 1, \\
 &\sum_{k=1}^s u_k (\alpha y_{kp}^m + (1 - \alpha)y_{kp}^l) - (v_0 + \sum_{j=1}^m v_j (\alpha x_{jp}^m + (1 - \alpha)x_{jp}^u)) \leq 0, \\
 &\sum_{k=1}^s u_k (\alpha y_{ik}^m + (1 - \alpha)y_{ik}^u) - (v_0 + \sum_{j=1}^m v_j (\alpha x_{ij}^m + (1 - \alpha)x_{ij}^l)) \leq 0, \\
 &v_j, u_k \geq 0, v_0 \in R
 \end{aligned}$$

Et (4)

$$\begin{aligned}
 (E_p)_\alpha^U &= \max \sum_{k=1}^s u_k (\alpha y_{kp}^m + (1 - \alpha)y_{kp}^u) \\
 \text{s. c. } &(v_0 + \sum_{j=1}^m v_j (\alpha x_{jp}^m + (1 - \alpha)x_{jp}^l)) = 1, \\
 &\sum_{k=1}^s u_k (\alpha y_{kp}^m + (1 - \alpha)y_{kp}^u) - (v_0 + \sum_{j=1}^m v_j (\alpha x_{jp}^m + (1 - \alpha)x_{jp}^l)) \leq 0, \\
 &\sum_{k=1}^s u_k (\alpha y_{ik}^m + (1 - \alpha)y_{ik}^l) - (v_0 + \sum_{j=1}^m v_j (\alpha x_{ij}^m + (1 - \alpha)x_{ij}^u)) \leq 0, \\
 &v_j, u_k \geq 0, v_0 \in R
 \end{aligned}$$

L'intervalle par niveau  $\alpha$  de l'efficacité floue de la DMUp,  $[\tilde{E}_p]_\alpha = [(\tilde{E}_p)_\alpha^L, (\tilde{E}_p)_\alpha^U]$  est construit en résolvant les problèmes de programmation linéaires du modèle (4) selon l'approche de Kao & Liu.

### 2.3. Amélioration de l'efficacité

La mesure de l'efficacité est un moyen plutôt qu'une fin dans la mesure où son but ultime est de trouver une direction pour chaque DMU inefficace afin d'apporter des améliorations pour l'atteinte de l'optimalité de Pareto. La manière d'améliorer l'efficacité d'une DMU inefficace a été discuté dans la littérature. Une des idées est de dériver le dual du modèle (1) :

$$\begin{aligned}
 &\min \theta - \left[ \sum_{j=1}^s s_j^+ + \sum_{k=1}^t s_k^- \right] \\
 \text{s. c. } &\sum_{i=1}^n \gamma_i X_{ij} + s_j^+ = X_{pj} \quad j = 1, \dots, s \\
 &\sum_{i=1}^n \gamma_i X_{ij} - s_k^- = Y_{pk}/\theta \quad k = 1, \dots, t
 \end{aligned}$$

(5)

$$\sum_{i=1}^n \gamma_i = 1$$

$$\gamma_i, s_j^+, s_k^- \geq 0$$

Généralement, si  $X_{pj}$  est réduit à  $(X_{pj} - s_j^{+*})$  et  $Y_{pk}$  est augmenté à  $(Y_{pk}/\theta^{*+} + s_k^{-*})$ , alors le DMU $_p$  sera efficace. Le dual du modèle (5) est utilisé pour calculer les valeurs cibles pour les inputs et les outputs à différents niveaux de  $\alpha$  pour le DMU $_p$ .

#### 2.4. Sources de données

Pour estimer les scores d'efficacité d'un modèle DEA, l'une des premières tâches est le choix des variables. Nos variables d'entrées et de sorties ont été choisies pour saisir les caractéristiques intrinsèques du processus éducatif sénégalais. Les données utilisées proviennent essentiellement du ministère de l'éducation (RNSE) et de l'agence nationale de la statistique et de la démographie (ANSD), qui disposent d'une collecte de données importante et portent sur les années 2014 et 2015. Un aperçu descriptif des inputs et des outputs de notre étude se trouve dans le tableau 1 en annexe.

### 3. Résultats empiriques et discussion

Cette partie présentera, en premier lieu les statistiques descriptives des inputs et des outputs des quatorze régions du Sénégal et en second lieu, les résultats du modèle FDEA.

#### 3.1. Statistiques descriptives

Le tableau 2 suivant présente les statistiques descriptives des inputs et des outputs des quatorze régions du Sénégal pour l'année 2014 où l'astérisque « \* » indique que la valeur est manquante.

**Tableau 2 : Statistiques descriptives pour l'année 2014**

Input						Output					
Régions	Eff_primaire	Inv_réalisés	Elève/salle	CAP	SD	Rme1	Rme2	Rme3	CFEE	ACH	T
Dakar	407 409	5 082 465 309	39,28	50	22,6	2,1	3,6	4,8	48,5	82,3	1
Diourbel	268 341	3 758 984 922	79,77	38	14,6	1,1	2,5	3,4	31,5	46	5
Fatick	137 386	1 805 254 536	35,47	32	24,6	1,4	3	4,1	24,8	75	8

Kaffrine	110 526	1 533 277 590	62,16	18,5	45,1	1,2	2,2	3,3	22,3	40,2	4
Kaolack	177 372	2 436 146 303	41,29	31,7	15,6	1,4	2,4	3,1	32,3	71,3	7
Kédougou	26 376	493 763 290	28,33	23,1	17,8	1,5	2,2	2,4	40,8	113,5	1
Kolda	129 006	1 548 530 583	45,83	38,7	10,2	0,7	1,3	1,6	25,8	84,9	8
Louga	155 629	1 899 473 745	41,98	29,9	27,1	1,1	3	4,1	31,9	64,6	6
Matam	106 846	1 305 596 982	45,01	22,1	13,6	1,2	2,6	3,1	22,1	63,8	6
Sédhiou	92 106	1 064 647 744	40,07	38,2	10,9	0,8	2,5	3,1	15,7	83,5	9
St. Louis	159 239	2 131 813 818	41,45	36,2	17,2	0,8	1,3	1,9	25,6	73,3	8
Tamba	127 777	2 384 848 368	51,63	26,5	18,4	0,8	1,5	*	19,3	71,2	7
Thiès	300 083	3 799 210 397	45,92	46,5	10,7	0,7	1,9	*	37,6	80,4	9
Ziguinchor	88 837	1 118 476 695	29,63	44,3	6,6	*	2,4	3,1	44,1	88,4	1
<b>Minimum</b>	26 376	493 763 289,96	28	18,5	6,6	0,7	1,3	1,6	15,7	40,2	4
<b>Maximum</b>	407 409	5 082 465 308,94	80	50	45,1	2,1	3,6	4,8	48,5	113,5	1
<b>Médiane</b>	133 196	1 852 364 140,64	42	34,1	16,4	1,1	2,4	3,1	28,7	74,2	8

Source : Auteur, à partir des données de l'ANSD et de RNSE

Dans ce tableau, nous notons trois observations manquantes : il s'agit du ratio manuel/élève des classes de CI-CP (rme1) de la région de Ziguinchor et le ratio manuel/élève des classes de CM1-CM2 (rme3) pour les régions de Tamba et de Thiès. Par conséquent, la plus petite valeur de rme1 de la région de Ziguinchor peut être fixée au minimum de rme1 de l'échantillon, qui est 0,7 et sa plus grande valeur possible peut être fixée au maximum de rme1 de l'échantillon qui est 1,5. La valeur la plus probable peut être fixée à la médiane de rme1 de l'échantillon qui est de 0,9. Avec ces trois valeurs, le ratio manuel/élève des classes de CI-CP de la région de Ziguinchor est représenté par le nombre flou triangulaire  $\tilde{Y}_{Z,rme1} = [1,6, 3,1, 4,8]$ . En d'autres termes, la fonction d'appartenance triangulaire, est construite pour le ratio manuel/élève des classes de CI-CP (rme1) de la région de Ziguinchor de la manière suivante :

$$\mu_{\tilde{Y}_{Z,rme1}}(y) = \begin{cases} (y - 0,7)/(1,1 - 0,7) & 0,7 \leq y \leq 1,1 \\ (2,1 - y)/(2,1 - 1,1) & 1,1 \leq y \leq 2,1 \end{cases}$$

Parallèlement, le ration manuel/élève des classes de CM1-CM2 (rme3) des régions de Tamba et de Thiès est exprimé par la même fonction d'appartenance :

$$\mu_{\tilde{Y}_{Tamba,rme3}}(y) = \mu_{\tilde{Y}_{Thiès,rme3}}(y) = \begin{cases} (y - 1,6)/(3,1 - 1,6) & 1,6 \leq y \leq 3,1 \\ (4,8 - y)/(4,8 - 3,1) & 3,1 \leq y \leq 4,8 \end{cases}$$

Les intervalles par niveau  $\alpha$  des fonctions d'appartenance correspondantes sont les suivantes :

$$\begin{aligned} [(\tilde{Y}_{Z,rme1})_{\alpha}^L, (\tilde{Y}_{Z,rme1})_{\alpha}^U] &= [0,7 + 0,4\alpha, 2,1 - \alpha] \\ [(\tilde{Y}_{Tamba,rme3})_{\alpha}^L, (\tilde{Y}_{Tamba,rme3})_{\alpha}^U] &= [(\tilde{Y}_{Thiès,rme3})_{\alpha}^L, (\tilde{Y}_{Thiès,rme1})_{\alpha}^U] \\ &= [1,6 + 1,5\alpha, 4,8 - 1,7\alpha] \end{aligned}$$

Comme en 2014, le ratio rme1 de la région de Ziguinchor et le ratio rme3 pour les régions de Tamba et de Thiès ont des observations manquantes pour l'année 2015 (tableau 3 en annexe). Par conséquent, deux nombres flous triangulaires vont représenter rme1 de la région de Ziguinchor et rme3 des régions de Tamba et Thiès :  $\tilde{Y}_{Z,rme1} = [1,5, 2,1, 2,8]$  et  $\tilde{Y}_{Tamba,rme3} = \tilde{Y}_{Thiès,rme3} [1,5, 2,7, 3,8]$ .

Les fonctions d'appartenance triangulaires sont construites de la manière suivante :

$$\mu_{\tilde{Y}_{Z,rme1}}(y) = \begin{cases} (y - 1,5)/(2,1 - 1,5) & 1,5 \leq y \leq 2,1 \\ (2,4 - y)/(2,4 - 2,1) & 2,1 \leq y \leq 2,4 \end{cases}$$

$$\mu_{\tilde{Y}_{Tamba,rme3}}(y) = \mu_{\tilde{Y}_{Thiès,rme3}}(y) = \begin{cases} (y - 1,5)/(2,7 - 1,5) & 1,5 \leq y \leq 2,7 \\ (3,8 - y)/(3,8 - 2,7) & 2,7 \leq y \leq 3,8 \end{cases}$$

Les intervalles par niveau  $\alpha$  des fonctions d'appartenance correspondantes sont les suivantes :

$$[(\tilde{Y}_{Z,rme1})_{\alpha}^L, (\tilde{Y}_{Z,rme1})_{\alpha}^U] = [1,5 + 0,6\alpha, 2,4 - 0,3\alpha]$$

$$[(\tilde{Y}_{Tamba,rme3})_{\alpha}^L, (\tilde{Y}_{Tamba,rme3})_{\alpha}^U] = [(\tilde{Y}_{Thiès,rme3})_{\alpha}^L, (\tilde{Y}_{Thiès,rme1})_{\alpha}^U] \\ = [1,5 + 1,2\alpha, 3,8 - 1,1\alpha]$$

### 3.2. Résultats du modèle Fuzzy DEA

Les scores d'efficacité flous correspondants sont calculés à partir des observations en utilisant la méthodologie DEA. Le modèle (4) de Kao & Liu nous permet de calculer les limites inférieure et supérieure des niveaux de  $\alpha$  ( $\alpha$ -cuts) du score d'efficacité flou  $\tilde{E}_r$  des quatorze régions du Sénégal pour la période 2014-2015. Le tableau 4 suivant nous fournit les scores d'efficacité nets et flous.

**Tableau 4 : Scores d'efficacité nets et flous pour les années 2014 et 2015**

DMUs	Année 2014					Année 2015				
	DEA	FDEA				DEA	FDEA			
		$\alpha = 0,0$		$\alpha = 1,0$			$\alpha = 0,0$		$\alpha = 1,0$	
		L	U	L	U		L	U	L	U
Dakar	1	-	-	-	-	1	-	-	-	-
<b>Diourbel</b>	0,925	0,868	0,955	0,925	0,925	1	-	-	-	-
	3	1	6	3	3		-	-	-	-
Fatick	1	-	-	-	-	1	-	-	-	-
Kaffrine	1	-	-	-	-	1	-	-	-	-
<b>Kaolack</b>	0,958	0,954	0,960	0,958	0,958	1	-	-	-	-
	8	5	2	8	8		-	-	-	-
Kédougou	1	-	-	-	-	1	-	-	-	-
Kolda	0,880	-	-	-	-	0,8441	-	-	-	-
	0	-	-	-	-		-	-	-	-
<b>Louga</b>	1	-	-	-	-	0,9887	0,975	1,000	0,988	0,9887
							6	0	7	
Matam	1	-	-	-	-	1	-	-	-	-
Sédhiou	1	-	-	-	-	1	-	-	-	-

<b>St. Louis</b>	0,734 1	0,734 1	0,735 0	0,734 1	0,734 1	0,8813 0,8813	0,881 3	0,897 2	0,881 3	0,8813 0,8813
<b>Tamba</b>	0,921 3	0,913 0	0,928 2	0,921 3	0,921 3	1 1	- -	- -	- -	- -
<b>Thiès</b>	0,906 8	0,854 0	0,957 3	0,906 8	0,906 8	0,8650 0,8650	0,865 0	0,907 4	0,865 0	0,8650 0,8650
Ziguincho r	1 1	- -	- -	- -	- -	1 1	- -	- -	- -	- -

**Note :** L signifie lower bound (borne inférieure) ; U signifie upper bound (borne supérieure)

**Source :** Auteur, à partir des données de l'ANSD et de RNSE

Sur les quatorze régions du Sénégal pour l'année 2014, neuf régions ont eu des scores d'efficience nets et les cinq autres, des scores d'efficience flous. Il est intéressant de noter que, bien que trois régions avaient initialement des observations floues, il s'y ajoute trois de plus ayant des scores d'efficience flous. Il est donc évident que les scores flous des régions de Diourbel, de Kaolack et de St. Louis sont affectés par les scores flous des régions de Tamba et Thiès.

La valeur de  $\alpha$  nous indique le niveau de possibilité et le degré d'incertitude des informations obtenues. Plus la valeur de  $\alpha$  est élevée, plus le niveau de possibilité est élevé et plus le degré d'incertitude est faible. Comme le score d'efficience flou se situe dans un intervalle, les différents niveaux de  $\alpha$  indiquent des intervalles différents ainsi que différents niveaux d'incertitude du score d'efficience. Plus précisément,  $\alpha = 0$  présente l'intervalle le plus large dans lequel le score d'efficience apparaîtra certainement ; Cependant, cet intervalle contient les informations les plus incertaines. A l'autre extrémité, le niveau de possibilité  $\alpha = 1$  indique le score d'efficience le plus probable. Alors que le score d'efficience de la région de Diourbel est flou, sa valeur ne peut pas dépasser 0,9556 ou descendre en dessous de 0,8681 et sa valeur la plus probable est 0,9253. Lorsque les données manquantes sont représentées par des valeurs nettes, le score d'efficience est considéré comme une valeur unique de 0,9253 plutôt qu'une estimation d'intervalle plus raisonnable dans l'intervalle de 0,8681 et 0,9556. On voit bien que les scores d'efficience flous sont plus instructifs que les scores d'efficience nets.

Pour l'année 2015, onze sur les quatorze régions du Sénégal ont des scores d'efficience nets et les trois restantes, des scores d'efficience flous. La valeur du score d'efficience de la région de

St. Louis va appartenir de façon certaine à l'intervalle  $[0,8813 ; 0,8972]$  tandis que sa valeur la plus probable est de 0,8972.

Après avoir présenté les scores d'efficacité des quatorze régions du Sénégal pour la période 2014-2015, la prochaine étape est de trouver une direction pour chaque région inefficace afin d'apporter des améliorations pour qu'elle atteigne l'optimalité de Pareto (efficacité). Le tableau 5 et 6 en annexe montrent les valeurs cibles des six outputs pour les régions inefficaces pour les années 2014 et 2015. Pour l'année 2014, huit régions sont efficaces dans l'utilisation de leurs ressources avec des valeurs cibles égales à leurs valeurs actuelles. Les six autres régions sont jugées inefficaces. Sur ces dernières, on décompte une région avec un score net et cinq régions avec des scores flous. Pour la région de Diourbel, son score le plus probable est de 0,9253 ( $\alpha = 1$ ). Pour que la région de Diourbel devienne efficace, ses outputs à savoir rme1, rme2, rme3, CFEE, ACH et TBS, devraient être augmentées aux valeurs cibles suivantes : 1,5 ; 2,9 ; 3,7 ; 37,4 ; 77,2 et 93,3 respectivement. Autrement dit, pour atteindre la frontière d'efficacité, la région de Diourbel devrait avoir 150 manuels pour cent élèves de CI-CP, 29 manuels pour 10 élèves de CE1-CE2, 37 livres pour 10 élèves de CM1-CM2, un taux de réussite au CFEE de 37,4%, un taux d'achèvement au primaire de 77,2% et un taux brut de scolarisation de 93,3%. Dans le cas le plus pessimiste (borne inférieure de  $\alpha = 0$ ), le score d'efficacité est de 0,8681. Les valeurs cibles pour que Diourbel atteigne l'optimalité de Pareto sont les suivantes : 1,5 ; 2,9 ; 3,9 ; 37,4 ; 77,2 et 93,3. Pour le cas le plus optimiste (borne supérieure de  $\alpha = 0$ ), le score d'efficacité est de 0,9556. Les six valeurs cibles pour atteindre la frontière d'efficacité sont : 1,5 ; 2,9 ; 3,5 ; 37,4 ; 77,2 et 93,3. En 2015, dix régions sont jugées efficaces tandis que, quatre sont inefficaces dans l'utilisation de leurs ressources. Le tableau 5 en annexe présente les valeurs cibles permettant aux quatre régions jugées inefficaces d'atteindre la frontière d'efficacité.

La dernière colonne des tableaux 5 et 6 présentent les régions de références (benchmarks) avec lesquelles chaque région inefficace est comparée afin d'améliorer leurs performances scolaires. Pour l'année 2014, les régions de Kaffrine, de Louga et de Sédhiou n'apparaissent jamais comme référence pour les régions inefficaces. Elles doivent très certainement leur efficacité à la taille réduite de l'échantillon. Notons que certains auteurs tels que Pentzaropoulos et Giokas (2002), préfèrent même utiliser le terme de « partiellement efficace » pour qualifier ce genre de régions. Pour améliorer leurs performances scolaires, les régions inefficaces quel que soit dans le cas probable, le cas optimiste et le cas pessimiste doivent à

tout prix étudier les pratiques de la région de Ziguinchor qui est le leader de l'échantillon. Notons également que les régions de Dakar, Diourbel, Sédhiou et Tamba n'apparaissent jamais comme référence pour l'année 2015. Elles sont donc efficaces par défaut. Pour atteindre la frontière d'efficacité, les quatre régions inefficaces doivent à tout prix étudier les best practice de Ziguinchor, leader de l'échantillon, quel que soit le cas probable, le cas optimiste et le cas pessimiste.

Il est remarquable de constater que pour la période de l'étude 2014-2015, la somme des poids soit la même pour le cas le plus probable, le cas le plus optimiste et le cas le plus pessimiste, avec une valeur de 1. Cela s'explique simplement par le fait que chaque ensemble de valeurs cibles correspond à une DMU (imaginaire) efficace à la frontière de production. Certaines valeurs cibles de la borne supérieure peuvent être importantes que celles de la borne inférieure. Autrement dit, aucune DMU efficace ne peut être dominée par les autres.

Le tableau 7 en annexe présente les investissements optimaux des quatorze régions du Sénégal. Le Sénégal a réalisé des investissements à hauteur de 30 et 57 milliards de FCFA dans le secteur primaire pour les années 2014 et 2015. La méthode FDEA renseigne que les investissements optimaux se trouveront de façon certaine dans l'intervalle [22 milliards ; 24 milliards] et [46 milliards ; 47 milliards] pour 2014 et 2015. Les investissements probables optimaux sont de 23 et 46 milliards respectivement. Nous pouvons constater que l'Etat du Sénégal pouvait économiser jusqu'à 7 milliards et 10 milliards en 2014 et 2015 pour les mêmes performances scolaires au niveau élémentaire. Une bonne gestion des ressources va permettre de répartir de façon optimale les investissements dans le système éducatif sénégalais.

## Conclusion

L'objectif de ce article est d'évaluer l'efficacité de l'éducation primaire au Sénégal dans un environnement marqué par l'incertitude des données, en mobilisant l'approche DEA floue. Cette méthodologie, fondée sur le concept de fonction d'appartenance, s'est révélée pertinente pour dépasser les limites des données statistiques classiques et proposer une lecture plus réaliste de l'utilisation des ressources éducatives.

L'analyse a porté sur quatorze régions du Sénégal entre 2014 et 2015. Les résultats montrent qu'en 2014, huit régions atteignent une efficacité totale dans l'allocation de leurs ressources, tandis que six présentent encore des marges d'amélioration. En 2015, dix régions apparaissent efficaces, contre quatre qui demeurent en deçà de la frontière d'efficacité. Ces écarts soulignent l'existence de bonnes pratiques régionales pouvant servir de référence (benchmarks) aux régions moins performantes.

Ces constats suggèrent que les politiques éducatives devraient s'orienter moins vers une augmentation systématique des ressources que vers une amélioration de leur mode de gestion. Dans un contexte où l'État dispose de marges budgétaires limitées, l'optimisation de la gouvernance scolaire apparaît comme la voie la plus crédible pour renforcer l'efficacité. Une gestion rigoureuse et équitable des moyens disponibles contribuerait à une répartition plus rationnelle des investissements et à une amélioration durable des performances scolaires.

Toutefois, ce travail comporte certaines limites. En raison de contraintes liées aux données, des facteurs tels que le statut socio-économique des ménages, le niveau d'éducation des parents ou l'environnement socioculturel n'ont pas été intégrés dans l'analyse. Or, ces dimensions sont susceptibles d'expliquer une partie importante des écarts observés entre régions. Pour les recherches futures, il serait pertinent de recourir à une approche en deux étapes combinant la FDEA et une régression bootstrappée, afin d'identifier plus précisément les déterminants structurels de l'inefficacité.

## BIBLIOGRAPHIE

- A Charnes, WW Cooper, J Swarts, D Thomas (1989). An introduction to data envelopment analysis with some of its models and their uses.
- A. Charnes, W.W. Cooper, B. Golany, L. Seiford, J. Stutz (1985). Foundations of data envelopment analysis for Pareto-Koopmans efficient empirical production functions, *J. Economet.* 30 (1985) 91–107.
- A. Charnes, W.W. Cooper, E. Rhodes (1982). Measuring the efficiency of decision making units, *Eur. J. Oper. Res.* 2 (1978) 429–444.
- A. Charnes, W.W. Cooper, L. Seiford, J. Stutz (1982). A multiplicative model for efficiency analysis, *Socioecon. Plan. Sci.* 16 (1982) 223–224.
- Emrouznejad, A., and Tavana, M., (2014). *Performance Measurement with Fuzzy Data Envelopment*, Springer.
- Banker, R.D., Charnes, A. and Cooper, W.W., (1984). Some Models for Estimating Technical and Scale Inefficiencies in Data Envelopment Analysis.
- Becker, G., (1964). *Human capital: a theoretical and empirical analysis with special reference to education*, NBER & Columbia University Press, New York.
- Denaux, Z.S. (2007). Determinants of Technical Efficiency: Urban and Rural Public Schools in the state of Georgia. *Southwestern Economic Research Review* 36,105-116.
- Diagne, A., G. Daffé, A. Wane et M. Diop, (1998). *Revue des dépenses publiques dans le secteur de l'éducation*, CREA/ FASEG/ UCAD/ Dakar.
- Diagne, D., (2006). Mesure de l'efficacité technique dans le secteur de l'éducation : une application de la méthode DEA, *Schweizerische Zeitschrift für Volkswirtschaft und Statistik* 2006, Vol. 142 (2) 231–262.
- Dubois, D., H. Prade., (1985). *Fuzzy sets and systems, Theory and applications*, Academic Press, N.Y
- Fatimah, S. and Umi, M., (2017). Two-Stage Data Envelopment Analysis (DEA) for Measuring the Efficiency of Elementary Schools in Indonesia, *International Journal of Environmental & Science Education*, VOL. 12, NO. 8, 1971-1987.
- Kao C and Liu ST (2000). Data envelopment analysis with missing data: an application to University libraries in Taiwan, *Journal of the Operational Research Society* (2000) 51, 897–905.
- Kao C and Liu ST (2000). Fuzzy efficiency measures in data envelopment analysis. *Fuzzy Sets and Syst* (forthcoming).

- Kassé M. (2008). Cours économie de l'éducation.
- Kecek, G. and Fatma, D., (2016). Measurement of the Relative Efficiency of the Primary Schools in Kütahya, by Data Envelopment Analysis, International Journal of Business and Social Science Vol. 7, No. 4; April 2016.
- Mankiw, N.G., D. Romer, and D.N. Weil, (1992). A contribution to the empirics of economic growth, Quarterly Journal of Economics.
- Mincer, J., (1974). Schooling, experience and earnings, New York NBER & Columbia University Press.
- PDEF (2008). Rapport national sur la situation de l'éducation, P245.
- Rassouli-Currier, S. (2007). Assessing the efficiency of Oklahoma public schools: A data envelopment analysis, Southwestern Economic Review, 131-144
- Zadeh, L.A (1978). Fuzzy sets as a basis for a theory of possibility, Fuzzy Sets and Systems 1 3-28.
- Zimmermann HJ (1996). Fuzzy Set Theory and Its Applications.
- Zhang, Liang-Cheng. (2010). Measuring Elementary School Efficiency in Taipei, Taiwan: Two-Stage Data Envelopment Analysis. Paper presented at the 35th American Education Finance Association Annual Conference on March 18-20th, 2010, Richmond, VA.

## ANNEXES

**Tableau 1 : Définition et sources des variables**

Variable	Description	Type
Effectif primaire	Ensemble des élèves de l'enseignement élémentaire	Input
Investissements réalisés	Les investissements réalisés au cours de l'année en question	Input
élève/salle	Le ratio élève/salle nous montre la capacité d'accueil du réseau scolaire	Input
CAP	Le pourcentage d'enseignants ayant le certificat d'aptitude pédagogique	Input
SD	Le taux d'enseignants dont le diplôme n'est pas déterminé	Input
rme1	Le ratio manuel/élève des classes de CI et CP	Output
rme2	Le ratio manuel/élève des classes de CE1 et CE2	Output
rme3	Le ratio manuel/élève des classes de CM1 et CM2	Output
CFEE	Le taux de réussite au certificat de fin d'études élémentaires	Output
ACH	Le taux d'achèvement au primaire	Output
TBS	Le taux brut de scolarisation	Output

Source : Auteur, à partir des données de l'ANSD et de RNSE

**Tableau 3 : Statistiques descriptives pour l'année 2014**

Régions	Input			Output						
	Eff_primaire	Inv_réalisés	Elève/salle	CAP	SD	Rme1	Rme2	Rme3	CFEE	ACH
Dakar	444 645	9 815 263 776	41	47,25	14,09	1,9	1,6	2,6	53,7	77,5
Diourbel	161 092	6 158 145 010	46	37,19	15,73	2,3	2,1	3	35,9	33,7

Fatick	137 666	4 074 707 619	34	32,05	26,2	2,4	2,9	3,8	24,1	64,4
Kaffrine	64 944	2 489 389 217	33	21,03	42,22	2,4	2	2,8	28,6	31,6
Kaolack	145 035	3 882 226 751	33	34,52	15,02	2,2	2,3	3,1	36,5	55,5
Kédougou	29 430	618 908 408	30	26,16	24,75	2,1	2,1	2,3	38,2	84,1
Kolda	113 012	3 631 839 930	38	41,9	14,96	1,5	1,2	1,5	29,9	67,5
Louga	129 268	3 348 907 955	34	33,91	24,98	1,7	2,4	3,4	32,3	46,6
Matam	95 277	2 828 632 942	39	28,51	18,01	2,1	2,4	2,7	20,6	51,3
Sédhiou	90 675	1 910 496 177	39	35,73	21,96	2,2	1,2	1,6	27,8	73,5
St. Louis	148 248	3 504 900 996	36	40,61	14,25	1,9	2,2	2,7	30,9	59,7
Tamba	107 814	2 827 435 480	42	27,16	21,83	1,7	1,6	*	24,2	54,8
Thiès	293 733	10 480 258 547	43	45,86	12,3	1,8	1,6	*	38,8	69,9
Ziguinchor	114 588	2 214 597 192	36	50,23	8,73	*	2,6	3,4	54,4	86
<b>Minimum</b>	29 430	618 908 408	30	21,03	8,73	1,5	1,2	1,5	20,6	31,6
<b>Maximum</b>	444 645	10 480 258 547	46	50,23	42,22	2,4	2,9	3,8	54,4	86
<b>Médiane</b>	121 928	3 426 904 476	37	35,125	16,87	2,1	2,1	2,7	31,6	62,1

Source : Auteur, à partir des données de l'ANSD et de RNSE

**Tableau 5 : Valeurs cibles pour les quatre régions inefficientes en 2014**

Régions		rme1	rme2	rme3	CFEE	ACH	TBS	Référence
<b>Diourbel</b>	P	1,5	2,9	3,7	37,4	77,2	93,3	Dakar ; Matam ; Ziguinchor (0,3379 ; 0,3705 ; 0,2916)
	L	1,5	2,9	3,9	37,4	77,2	93,3	Dakar ; Matam ; Ziguinchor (0,3379 ; 0,3705 ; 0,2916)
	U	1,5	2,9	3,5	37,4	77,2	93,3	Dakar ; Matam ; Ziguinchor (0,3379 ; 0,3705 ; 0,2916)
<b>Kaolack</b>	P	1,5	2,6	3,2	36,8	86,8	95,5	Dakar ; Kédougou ; Matam ; Ziguinchor (0,2046 ; 0,3069 ; 0,3270 ; 0,1615)
	L	1,5	2,5	3,2	39,4	94,5	102,4	Dakar ; Kédougou ; Matam ; Ziguinchor (0,1671 ; 0,4547 ; 0,1762 ; 0,2020)
	U	1,5	2,7	3,2	35,9	84,3	93,3	Dakar ; Kédougou ; Matam ; Ziguinchor (0,2168 ; 0,2586 ; 0,3762 ; 0,1483)
<b>Kolda</b>	précise	1,2	2,3	2,9	43	96,5	114,1	Kédougou ; Ziguinchor (0,3214 ; 0,6786)
<b>St. Louis</b>	P	1,3	2,3	2,8	42,6	99,8	113,3	Kédougou ; Ziguinchor (0,4556 ; 0,5444)
	L	1,3	2,3	3,3	42,5	99,8	113,3	Kédougou ; Ziguinchor (0,4556 ; 0,5444)

	U	1,3	2,3	2,6	42,6	99,7	113,2	Dakar; Kédougou ; Ziguinchor (0,0098 ; 0,4532 ; 0,5370)
	P	1,3	2,7	3,4	27,2	77,2	83,4	Dakar ; Fatick ; Kédougou ; Matam (0,0297 ; 0,3421 ; 0,1830 ; 0,4451)
<b>Tamba</b>	L	1,3	2,7	3,4	26,5	76,3	83,1	Fatick ; Kédougou ; Matam ; Ziguinchor (0,3883 ; 0,1559 ; 0,4378 ; 0,0180)
	U	1,4	2,7	3,3	27,8	78,5	84,5	Dakar ; Fatick ; Kédougou ; Matam (0,0335 ; 0,3289 ; 0,2096 ; 0,4279)
	P	1,3	2,6	3,4	44,8	88,7	112,4	Dakar ; Kédougou ; Ziguinchor (0,2128 ; 0,0620 ; 0,7251)
<b>Thiès</b>	L	1,3	2,5	3,8	44	92,4	113	Dakar ; Kédougou ; Ziguinchor (0,1242 ; 0,1887 ; 0,6871)
	U	1,4	2,7	3,2	45,2	86,8	112,1	Dakar ; Ziguinchor (0,2562 ; 0,7437)

Source : Auteur, à partir des données de l'ANSD et de RNSE

**Tableau 6 : Valeurs cibles pour les quatre régions inefficientes en 2015**

Régions		rme1	rme2	rme3	CFEE	ACH	TBS	Référence
<b>Kolda</b>	Précise	2,1	2,4	3	48,8	85,3	114,2	Kédougou ; Ziguinchor (0,3461 ; 0,6539)
	P	2,3	2,6	3,4	32,7	65,3	90,9	Fatick ; Kaffrine ; Kédougou ; Ziguinchor (0,5392 ; 0,1643 ; 0,0714 ; 0,2250)
<b>Louga</b>	L	2,3	2,6	3,5	33,1	64,9	90,6	Fatick ; Kaffrine ; Kédougou ; Ziguinchor (0,5086 ; 0,1824 ; 0,0726 ; 0,2364)
	U	1,7	2,4	3,4	32,3	46,6	69,1	Louga 1
<b>St. Louis</b>	P	2,1	2,5	3,2	42,7	73,3	100,6	Fatick ; Kaolack ; Kédougou ; Matam ; Ziguinchor (0,1032 ; 0,2482 ; 0,0895 ; 0,0778 ; 0,4813)
	L	2,1	2,5	3,3	42,7	73,3	100,6	Fatick ; Kaolack ; Kédougou ; Matam ; Ziguinchor (0,1032 ; 0,2482 ; 0,0895 ; 0,0778 ; 0,4813)
	U	2,1	2,5	3	42,9	71,7	98,8	Fatick ; Kaolack ; Kédougou ; Ziguinchor (0,1264 ; 0,3748 ; 0,0595 ; 0,4392)
<b>Thiès</b>	P	2,1	2,5	3,2	51,5	85,6	115,5	Kédougou ; Ziguinchor (0,1816 ; 0,8184)
	L	2,1	2,5	3,4	51,5	85,6	115,5	Kédougou ; Ziguinchor (0,1816 ; 0,8184)
	U	2,1	2,6	3	48	80,6	110,1	Fatick ; Kaolack ; Kédougou ; Ziguinchor (0,1673 ; 0,0569 ; 0,0180 ; 0,7577)

Source : Auteur, à partir des données de l'ANSD et de RNSE

**Tableau 7 : Investissements optimaux de 2014-2015**

<b>Année 2014</b>				
Régions	Réalisés	$\alpha = 1$	$\alpha = 0$	
		Optimaux	L	U
Dakar	5 082 465 309	5 082 465 309	5 082 465 309	5 082 465 309
Diourbel	3 758 984 922	2 527 200 790	2 527 200 790	2 527 200 790
Fatick	1 805 254 536	1 805 254 536	1 805 254 536	1 805 254 536
Kaffrine	1 533 277 590	1 533 277 590	1 533 277 590	1 533 277 590
Kaolack	2 436 146 303	1 798 971 364	1 529 686 712	1 886 835 568
Kédougou	493 763 290	493 763 290	493 763 290	493 763 290
Kolda	1 548 530 583	917 675 958	917 675 958	917 675 958
Louga	1 899 473 745	1 899 473 745	1 899 473 745	1 899 473 745
Matam	1 305 596 982	1 305 596 982	1 305 596 982	1 305 596 982
Sédhiou	1 064 647 744	1 064 647 744	1 064 647 744	1 064 647 744
St. Louis	2 131 813 818	833 832 880	833 832 880	874 367 450
Tamba	2 384 848 368	1 440 297 480	1 369 664 528	1 426 186 123
Thiès	3 799 210 397	1 923 426 959	1 492 738 013	2 134 248 778
Ziguinchor	1 118 476 695	1 118 476 695	1 118 476 695	1 118 476 695
<b>Sénégal</b>	<b>30 362 490 281</b>	<b>23 744 361 322</b>	<b>22 973 754 772</b>	<b>24 069 470 558</b>

  

<b>Année 2015</b>				
Régions	Réalisés	$\alpha = 1$	$\alpha = 0$	
		Optimaux	L	U
Dakar	9 815 263 776	9 815 263 776	9 815 263 776	9 815 263 776
Diourbel	6 158 145 010	6 158 145 010	6 158 145 010	6 158 145 010
Fatick	4 074 707 619	4 074 707 619	4 074 707 619	4 074 707 619

---

Kaffrine	2 489 389 217	2 489 389 217	2 489 389 217	2 489 389 217
Kaolack	3 882 226 751	3 882 226 751	3 882 226 751	3 882 226 751
Kédougou	618 908 408	618 908 408	618 908 408	618 908 408
Kolda	3 631 839 930	1 662 370 870	1 662 370 870	1 662 370 870
Louga	3 348 907 955	3 148 706 409	3 094 865 163	3 348 907 955
Matam	2 828 632 942	2 828 632 942	2 828 632 941	2 828 632 942
Sédhiou	1 910 496 177	1 910 496 177	1 910 496 177	1 910 496 177
St. Louis	3 504 900 996	2 725 416 657	2 725 416 657	2 979 786 443
Tamba	2 827 435 480	2 827 435 480	2 827 435 480	2 827 435 480
Thiès	10 480 258 547	1 924 893 827	1 924 893 827	2 592 029 323
Ziguinchor	2 214 597 192	2 214 597 192	2 214 597 192	2 214 597 192
<b>Sénégal</b>	<b>57 785 710 000</b>	<b>46 281 190 335</b>	<b>46 227 349 089</b>	<b>47 402 897 163</b>

---

**Source : Auteur, à partir des données de l'ANSD et de RNSE**